

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ – 14.02.2009**

**SUBIECTE - clasa a VIII-a:**

**I. a)** Găsiți  $n \in \mathbb{N}$  astfel încât numărul  $\sqrt{n - 2\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}$  să fie natural.

**b)** Fie  $x = |k + 2\sqrt{7} + 1|$ , unde  $k \in \mathbb{Z}$ . Dacă  $x \in (0,1)$ , determinați valoarea lui  $k$  pentru care  $x$  este minim.

**c)** Fie  $a, b, c$  numere naturale nenule și distincte două câte două. Arătați că

$$\sqrt{a}(1+2a) + \sqrt{b}(1+2b) + \sqrt{c}(1+2c) \geq 12\sqrt{2}$$

*Cerasela Bociu*

**II.** Aflați numerele  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $a < b$ , astfel încât  $a + b + (a, b) + [a, b] = 2009$ , unde cu  $(a, b)$  notăm cel mai mare divizor comun al numerelor  $a$  și  $b$ , iar cu  $[a, b]$  notăm cel mai mic multiplu comun al numerelor  $a$  și  $b$ .

*Andrei Eckstein*

**III.** Fie cubul  $ABCD A' B' C' D'$ , iar  $M$  și  $N$  mijloacele segmentelor  $[AB]$  și respectiv  $[BC]$ .

a) Demonstrați că dreapta  $MN$  este paralelă cu planul  $(DAB')$ .

b) Arătați că dreapta  $MN$  este perpendiculară pe planul  $(CBD')$ .

**IV.** Se dă paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$ . Dacă  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $P \in (OC')$  și  $BP \cap C'D = \{F\}$ ,  $DP \cap BC' = \{E\}$ , atunci arătați că dreptele  $D'F$ ,  $B'E$  și  $CC'$  sunt concurente.

*Probleme selectate de prof. Cerasela Bociu, Colegiul Național Bănățean Timișoara  
și prof. Petria-Elena Boldea, inspector școlar de specialitate I.Ș.J. Timiș*

**succes!**

**Notă :**

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.